

CAPÍTOL 3

SOBRE EL PROBLEMA DEL DETERMINISME EN TEORIA ECONÒMICA

per ANDREU MAS-COLELL

MAS-COLELL, Andreu (Barcelona, 1944). Economista per la Universitat de Barcelona (1966) i doctor en Economia per la Universitat de Minnesota. Ha estat professor d'Economia i Matemàtiques de la Universitat de Califòrnia (Berkeley), professor visitant de les universitats de Bonn, Autònoma de Barcelona y del Mathematical Sciences Research Institute (Berkeley). Ha estat *Sloan Fellow*, *Guggenheim Fellow* i va obtenir el premi «Rey Juan Carlos I de Economía». En la actualitat és professor d'Economia de la Universitat de Harvard. Ha estat l'editor de la revista *Journal of Mathematical Economics*. És *Fellow* de la *Econometric Society* i és l'editor de *Econometrica*. Ha escrit més de 80 treballs de recerca en temes que van des de la teoria del equilibri general fins a la política de preus de les empreses públiques. És l'autor de *The theory of general economic equilibrium: a differentiable approach*.

1. Introducció

En aquest article, que es confessa informal, passaré revista a algunes contribucions rellevants per a la següent qüestió metodològica: fins a quin punt podem dir que la teoria econòmica té un caire determinista? Per evitar un excés d'abstracció intentaré contestar aquesta pregunta en el marc d'una teoria concreta, la del model d'equilibri general de competència perfecta proposat per L. Walras en 1873 i desenvolupat més recentment per, entre d'altres, K. Arrow, F. Hahn, G. Debreu i L. McKenzie.¹

Un model és una construcció formal on a partir de valors de variables exògenes i d'una hipòtesi de comportament es generen valors d'equilibri de variables endògenes. Equilibri vol dir que si aquests valors són els esperats pels agents econòmics, llavors aquests no tenen cap incentiu a desviar-se de les decisions concretes indicades pel model.

A l'hora de jutjar la qualitat d'un model s'han de calibrar dues dimensions: la purament teòrica, i l'empírica. Evidentment la segona, és a dir, com les prediccions del model resisteixen la contrastació amb dades reals, és d'importància fonamental. En aquest article, però, em concentraré en la primera.

1. Vegeu K. Arrow i F. Hahn (1971) i G. Debreu (1959).

És probablement una tasca inútil tractar de sistematitzar les raons que fan d'un model concret una bona construcció teòrica. Hi entren massa factors, com l'elegància o el que el físic S. Weinberg (1987) en diu «el sentit de inevitabilitat», que són reconeixibles immediatament però que són, en canvi, difícils de conceptualitzar. De tota manera podríem dir que dos aspectes importants són l'economia (en anglès, *parsimony*) d'hipòtesis i la precisió en les prediccions. L'economia d'hipòtesis es refereix a la utilització de pocs conceptes primitius, és a dir, a la voluntat de la teoria d'explicar a partir dels aspectes més bàsics de l'entorn. La precisió en la predicció, que és l'objecte d'aquest article, es refereix a la grandària del conjunt dels equilibris possibles del model (donats uns valors específics de les variables exògenes). Evidentment com més gran és aquest conjunt menys força explicativa té la teoria. Des d'aquest punt de vista la millor situació és aquella on el model prediu no més d'un equilibri. En aquest cas direm que el model és *globalment determinat*.

El model walrassià de competència perfecta és extremadament econòmic. Els elements primitius de la teoria són les preferències dels agents, les disponibilitats de factors i l'estat de la tecnologia. Elements com les institucions econòmiques o els mecanismes específics de transacció són «detalls» en principi irrelevants per a l'objectiu d'explicar l'assignació final de mercaderies i recursos. Ara bé, com veurem en la propera secció, el model no és globalment determinat. És possible descriure economies ben senzilles on el model walrassià genera una multiplicitat d'equilibris. Només en condicions molt restrictives (sobre la forma de les preferències dels agents econòmics) podem assegurar la determinació global.

Què fer? Hi ha una postura metodològica que només admet com a satisfactòries les teories que són globalment determinades. L'argument és que un model que no prediu un equilibri únic és incomplet: deixa per explicar quin serà l'equilibri finalment seleccionat. Qui ens assegura que quan s'introdueixin les consideracions necessàries per fer aquesta selecció no ens trobarem que aquestes afecten l'essència mateixa de la teoria i ens obliguen a repensar-la de dalt a baix? No seria doncs legítim contentar-se amb teories que no siguin globalment determinades. Un bon exponent d'aquest punt de vista, expressat en el marc de la teoria matemàtica dels jocs, és el llibre recent de J. Harsanyi i R. Selten (1988). A l'autor d'aquest article aquesta posició (que potser he caricaturitzat) li sembla exagerada. Hi ha tensió entre els requisits teòrics d'economia i de determinació. Les teories globalment deterministes tendiran a necessitar l'especificació de molts ingredients i detalls primitius. Tendiran, per tant, a ser teories fràgils (és a dir, molt sensibles a canvis d'especificació aparentment poc importants). De l'altre costat, les teories molt econòmiques tendiran a ser poc deterministes. Quan hi ha tensió cal buscar un punt d'equilibri raonable. Una teoria que a partir de poques hipòtesis primitives elimini molts dels resultats finals potencials pot ser prou satisfactòria. Al cap i a la fi és ben possible que en la tasca de teorització d'una realitat tan complexa com la vida social no puguem pretendre gaire més.

Afortunadament, no és el mateix no predir un equilibri únic que no predir res. Cal fi-lar una mica més prim i reconèixer que hi ha graus d'indeterminisme. És prou clar que fora de la unicitat global el cas més favorable amb què ens podem trobar és aquell on els equilibris, si no globalment, són almenys localment isolats (típicament això és equivalent a que hi hagi un nombre finit d'equilibris). Direm llavors que la teoria (o el model) és localment determinada. Aquesta situació és, en el seu esperit, quasi tan determinista com la de unicitat global. La raó és que és ben senzill i natural completar la teoria. N'hi ha prou amb recórrer a la història passada perquè ens digui quin equilibri ha estat seleccionat i en confiar que la inèrcia ens assegurí que no saltarem a un altre equilibri (o, en termes més acolorits, que no hi haurà moviments catastròfics de l'equilibri) ni aquest derivarà sense relació amb els paràmetres ex-

terns. Des del punt de vista de la metodologia un model localment determinat és, doncs, molt satisfactori.

Per evitar malentesos voldria deixar ben clar que el poder predictiu no és una propietat d'interès simplement estètica, és també fonamental per a l'avaluació d'intervencions de política econòmica. Si no tenim almenys determinació local ens trobarem que és molt difícil establir cap a on es mourà l'equilibri de l'economia quan canvia algun paràmetre extern (la quantitat de diner o el tipus impositiu, per exemple) i això serà així per petit que sigui el canvi. Però si el model és localment determinat i el canvi és petit llavors no tenim cap ambigüitat i l'impacte del canvi és pot avaluar amb precisió (en principi!).

La teoria walrassiana de l'equilibri general no és ben bé localment determinada. És fàcil (vegeu la propera secció) generar exemples on hi ha un continu d'equilibris no isolats. En una contribució fonamental G. Debreu (1970) va demostrar, però, que en un marc d'hipòtesis que en direm clàssic aquests exemples són excepcionals, patològics. Típicament (sovint s'empra el terme, d'origen matemàtic, «genèricament») els models concrets són localment determinats. Tot això ho explicarem en detall en la secció 2. També allí veurem quines són les bases matemàtiques per a obtenir, com a mínim, la determinació local genèrica. En poques paraules, el més important és que l'equilibri pugui expressar-se (almenys localment) com la solució d'un sistema d'equacions (que, per dir-ho així, ens vingui naturalment donat per al problema) on el nombre d'equacions sigui igual al d'incògnites. És interessant de remarcar que, de fet, és aquest un tipus d'argument ben tradicional en economia.

En els darrers quinze anys el model walrassà clàssic (per a entendre'ns, el codificat en els tractats de Debreu, 1959, i Arrow i Hahn, 1971) ha estat estès en una multitud de direccions. El fil conductor ha estat la utilització en cada cas d'hipòtesis més adequades per a l'estudi de fenòmens específics (transformant per tant el model en una eina pràctica) però que alhora conserven l'esperit essencial del model de competència perfecta, és a dir, l'existència d'un sistema de preus agafat pels agents econòmics com donat i més enllà de la seva influència.

Des de la perspectiva del tema del determinisme la sorpresa ha estat que sovint (no sempre, és clar) aquestes extensions són indeterminades, en el sentit de generar un continu d'equilibris per a algunes especificacions no patològiques de les variables exògenes (més precisament per a un conjunt obert d'especificacions). De manera molt imprecisa la situació sembla ser la següent. En el model walrassà clàssic tenim una dicotomia entre determinació global (només obtenible en hipòtesis molt restrictives) i determinació local (genèrica). En canvi en algunes generalitzacions importants del model clàssic ens trobem que la dicotomia és entre determinació global (sovint obtenible sota el mateix tipus d'hipòtesis que en el cas clàssic) i un continu d'equilibris, és a dir, indeterminisme. L'opció de determinació local sembla desaparèixer. De fet, la mateixa mena de preferències que en un món clàssic ens donen equilibris localment isolats ens generen ara un continu d'equilibris.

A les seccions 3 i 4 descriuré dues de les extensions que generen indeterminisme. A la secció 3 seran els mercats incomplets (un cas particular dels quals són els anomenats «models de taques solars») i a la secció 4 els models de generacions successives. És l'opinió de qui això escriu que, en primer lloc, aquests models recullen causes essencialment diferents d'indeterminació, i en segon lloc, que tots els exemples d'indeterminació disponibles són interpretables mitjançant una d'aquestes dues extensions (o les dues alhora).

En aquest article no arribarem a una conclusió taxant. És encara massa aviat per a un diagnòstic definitiu. De tota manera a la secció 5 farem alguns comentaris finals de caire més aviat pessimista sobre les possibilitats d'una teoria econòmica que sigui alhora molt general i

(localment) determinada. La raó és que la teoria walrassiana de l'equilibri de preus és, dintre de tot, un cas relativament favorable. Si continuem eliminant hipòtesis clàssiques fins més enllà del punt on l'essència del model walrassià és aplicable (per exemple, situacions de monopoli, oligopoli, d'informació asimètrica, etcètera) no ens quedarà altre instrument d'anàlisi que la teoria matemàtica dels jocs i és ben sabut que en aquesta la indeterminació és molt freqüent.

2. El model walrassià sota hipòtesis clàssiques

Contemplarem la situació més simple possible, la d'un grup de n agents econòmics, que anomenarem consumidors, que intercanvien ℓ mercaderies a través de mercats perfectament competitius. Formalment això s'expressa de la següent manera. Hi ha un nombre ℓ de mercaderies. Cada una d'aquestes té un preu p_j . Cada consumidor i pren el sistema de preus (p_1, \dots, p_ℓ) com donat i expressa una demanda $x_{i1}, \dots, x_{i\ell}$ per les diferents mercaderies. Aquestes demandes no són altra cosa que la solució del següent problema d'optimització:

$$\text{Maximitzar } u_i(x_{i1}, \dots, x_{i\ell})$$

$$\text{subjecte a: } p_1 x_{i1} + \dots + p_\ell x_{i\ell} = p_1 \omega_{i1} + \dots + p_\ell \omega_{i\ell}$$

on ω_{ij} és la tenència inicial de la mercaderia j per part del consumidor i , i u_i és la seva funció objectiu (també anomenada funció d'utilitat).

La restricció pressupostària pot reescriure's com $p_1(x_{i1} - \omega_{i1}) + \dots + p_\ell(x_{i\ell} - \omega_{i\ell}) = 0$. Això diu, en primer lloc, que el consumidor està restringit en les seves compres netes *totals* per la quantitat total de diners que pot obtenir venent mercaderies, i, en segon lloc, que no està restringit en res més. En particular no hi ha dificultats a transferir diners d'uns mercats als altres.

A la quantitat $z_{ij} = x_{ij} - \omega_{ij}$ se li diu excés de demanda de la mercaderia j realitzat pel consumidor i . Evidentment aquest nombre depèn de $p = (p_1, \dots, p_\ell)$ així que escriurem $z_{ij}(p)$. El concepte crucial és el de sistema de preus d'equilibri. Direm que un sistema de preus p és en equilibri si l'excés de demanda total és zero, és a dir, si $z_j(p) = z_{1j}(p) + \dots + z_{nj}(p) = 0$ per a totes les mercaderies j . És ben fàcil comprovar que si tots els mercats menys un estan en equilibri llavors el darrer mercat també ho ha d'estar. A més a més sempre podem normalitzar un preu i fixar que el seu valor sigui igual a una unitat de canvi. Aquestes dues observacions, aplicades al cas de dues mercaderies, ens permeten una representació molt simple del problema de l'equilibri. Fixem $p_2 = 1$. Llavors l'excés de demanda de la primera mercaderia depèn només de p_1 , és a dir, podem escriure $z_1(p_1)$. Si $z_1(p_1) = 0$ llavors $(p_1, 1)$ és un sistema de preus d'equilibri. Per tant, els equilibris es corresponen exactament amb les solucions de l'equació $z_1(p_1) = 0$. Vegeu la figura 1.

A la figura 1 hem representat la millor situació en què ens podem trobar. L'excés de demanda de la mercaderia 1 és una funció decreixent del seu preu (l'excés de demanda baixa quan el preu puja) i, per tant, només pot haver-hi una solució a l'equació $z_1(p_1) = 0$. ¿És això inevitable, en el sentit d'ésser una característica essencial del model? Malauradament, no. Fins i tot a Walras (1874) —i més tard també a A. Marshall (1930)— ja apareixen exemples com el de la figura 2, on hi ha més d'un equilibri. La teoria walrassiana no és doncs globalment determinada.

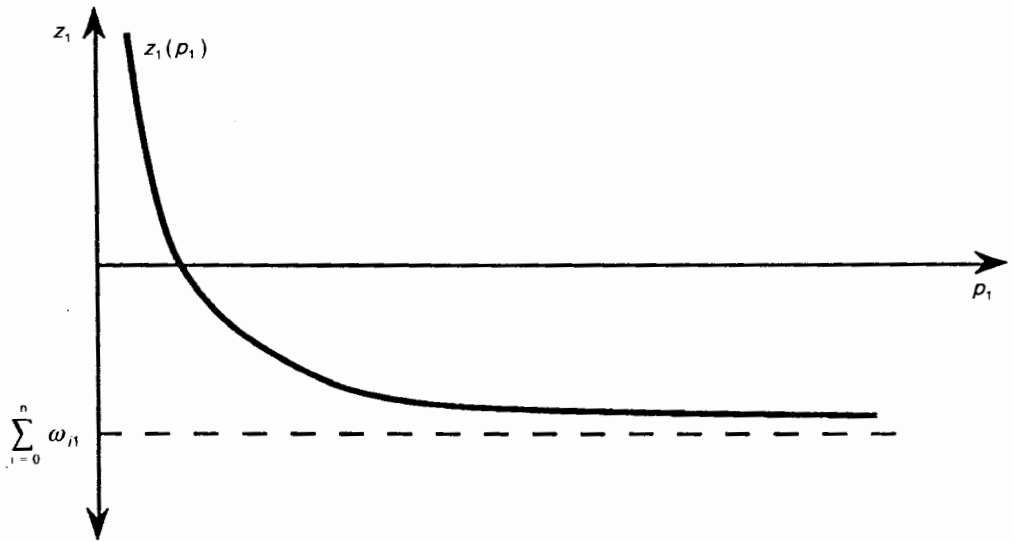


FIGURA 1

Voldria que quedés molt clar que la situació descrita a la figura 2 no és en absolut patològica i ens hi podem trobar fins i tot si només hi ha dos consumidors. No depèn, en particular, de fenòmens (potser) exòtics com els anomenats béns inferiors. Serà instructiu tractar d'entendre perquè pot passar que quan el preu p_1 pugi, la demanda agregada de z_1 també pugi. Evidentment, hi ha un primer efecte (que els economistes anomenem efecte de

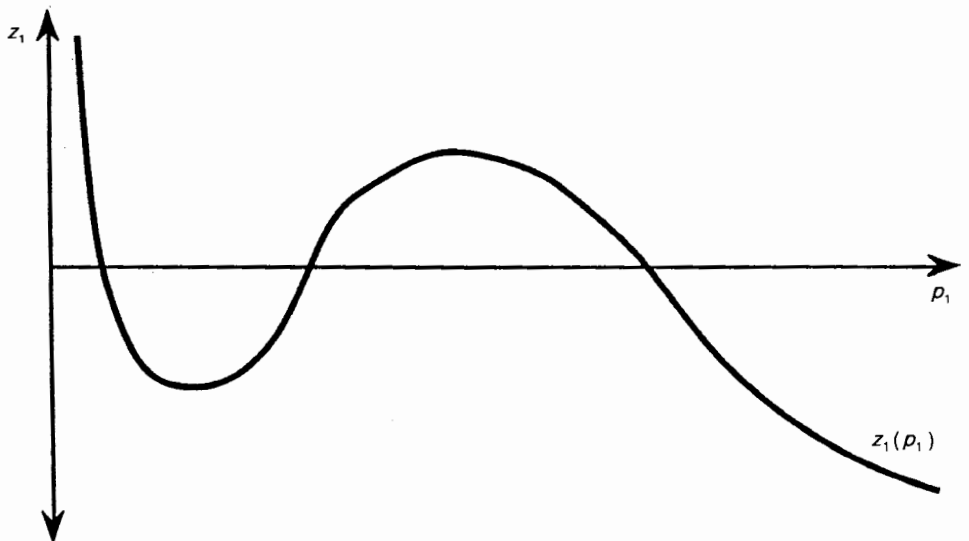


FIGURA 2

substitució) que ens diu que la demanda ha de baixar ja que, al cap i a la fi, el bé és més car i com a conseqüència l'altra mercaderia és més atractiva. Per tant, si res més no canviés la demanda hauria de baixar. Ara bé, quan el preu canvia altres coses canvien i molt particularment la distribució de la riquesa real. Quan p_1 puja els que (en termes nets) venen la primera mercaderia són més rics, mentre que els que la compren són més pobres. Hi haurà doncs, a més de l'efecte substitució, un efecte riquesa. Els que són més rics tendiran a augmentar la seva demanda de totes les mercaderies, i en particular de la primera, mentre que els que són més pobres la disminuiran. ¿Quin serà l'efecte total sobre la demanda de la mercaderia? La resposta és que pot anar en qualsevol direcció. Si els que s'enriqueixen tenen una propensió a comprar la primera mercaderia més gran que els que s'empobreixen llavors l'efecte riquesa agregada pot molt bé ser positiu i, si els efectes substitució són dèbils, poden ésser dominants en l'efecte total.

Resumint, les condicions per a l'efecte positiu sobre la demanda d'un augment del preu són:

- i) efectes de substitució dèbils (o, dit d'una altra manera, les mercaderies tendeixen a ser més complementàries que substitutives), i
- ii) asimetries en els efectes riquesa. En particular, els consumidors relativament ben dotats en la primera mercaderia (i que, per tant, tindran una més gran probabilitat a ser venedors nets i, en conseqüència, en ésser afavorits quan pugui p_1) són precisament els que tenen una preferència marginal més gran per aquesta mercaderia.

En dues paraules, una mala combinació de complementarietats i efectes riquesa pot generar multiplicitats. La figura 3 representa un cas límit de dos consumidors satisfent les condicions i) i ii). En la figura la complementarietat de les dues mercaderies és estricta. (Les línies en forma de L són les corbes d'indiferència: dues combinacions de mercaderies en la mateixa línia són indiferents per al consumidor).

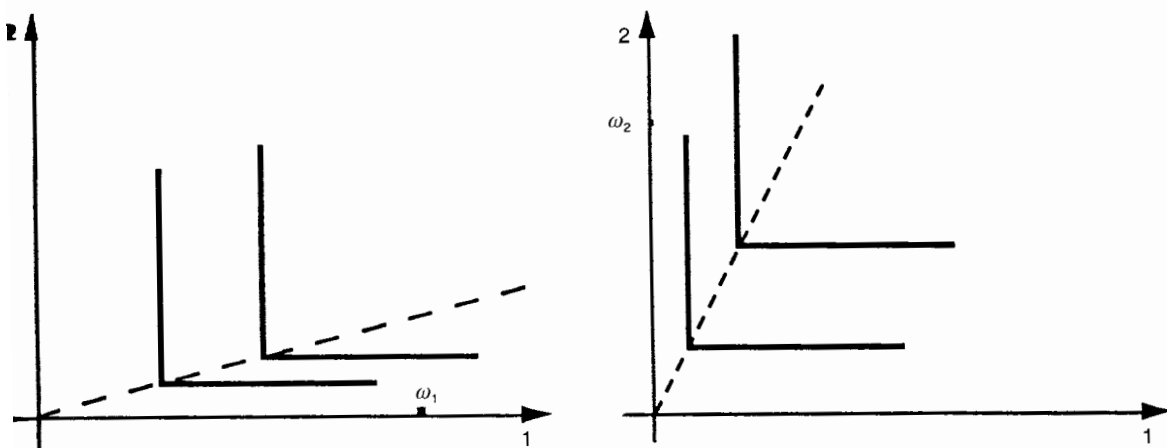


FIGURA 3

A la figura 4 es representen les funcions d'excés de demanda de cadascun dels dos consumidors i la seva suma. Comprovem com la funció agregada no és monòtona decreixent (i de fet a més de $p_1 = 1$ hi ha dos altres equilibris a $p_1 = 0$ i $p_1 = \infty$; degut a la nostra normalització això es fa una mica difícil de copsar directament en la figura).

Estrictament parlant les coses poden anar molt pitjor. Quan hem entès que situacions com la de la figura 2 són possibles no ens estranyarà que també ho sigui la de la figura 5 on hi ha un continu d'equilibris no isolats.

Ara bé, des d'una perspectiva purament matemàtica el gràfic de la figura 5 sembla poc probable. Només que z s'alteri una mica (i, per dir-ho així, sense mirar-s'hi massa) la nova funció z' tindrà totes les seves solucions isolades (vegeu la figura 5 altra vegada). Això sembla indicar que si el nostre univers de funcions d'excés de demanda (és a dir, el nostre univers d'economies possibles) és prou ric llavors l'existència d'un continu d'equilibris serà excepcional (i, per tant, no ens ha de preocupar gaire). L'any 1970 G. Debreu demostrà que, efectivament, aquest és el cas en el context d'hipòtesis d'aquesta secció. Suposem que les dotacions inicials de mercaderies es distribueixen aleatòriament (l'única restricció tècnica és que això es faci d'acord amb alguna densitat de probabilitat). Llavors amb probabilitat u (o, en una altra terminologia, genèricament) els equilibris de l'economia són isolats.

Permeteu-me que aquest paràgraf sigui una mica més tècnic. L'enfocament metodològic de concentrar-se en propietats genèriques fou manllevat per Debreu a les matemàtiques (vegeu, per exemple, J. Milnor, 1965), que també proporcionaren l'instrument fonamental per a aquesta mena de resultats, a saber, els anomenats teoremes de transversalitat. Aquests ens permeten afirmar (aproximadament) el següent. Sigui $f_q(x) = (f_q^1(x_1, \dots, x_m), \dots, f_q^m(x_1, \dots, x_m))$ un sistema d'equacions (parametrizat per q) amb el mateix nombre (finit) d'equacions i d'incògnites. Suposem que la funció f_q és contínuament diferenciable respecte a q i a x , i, també, que la dependència de f_q respecte a q és «prou rica» (amb més precisió, les files de la matriu de derivades parcials de f_q respecte a q són linealment independents; és a

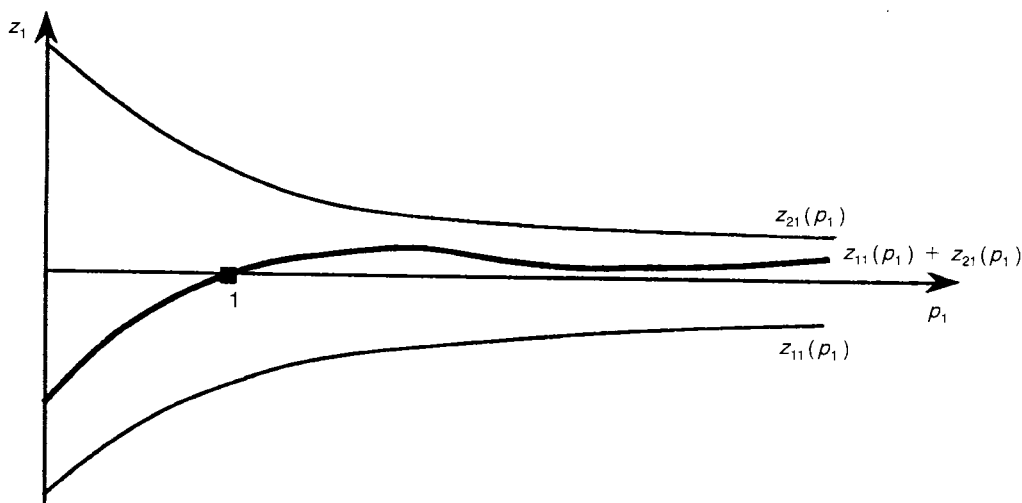


FIGURA 4

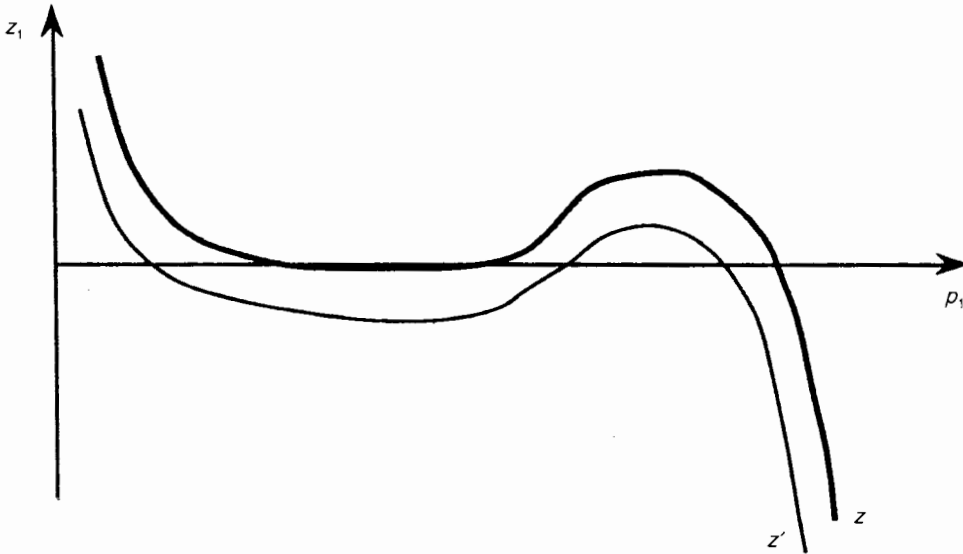


FIGURA 5

dir, és possible, utilitzant q , variar els valors de $f_q(\cdot)$ en qualsevol direcció). Llavors per a quasi tots els valors de q les solucions $f_q(x) = 0$ són localment isolades. Per a un tractament (molt avançat) d'aquestes qüestions en el context econòmic vegeu A. Mas-Colell (1985).

Sota les hipòtesis d'aquesta secció (és a dir, les que anomenem hipòtesis clàssiques) la conclusió és doncs que el model walrassià és localment determinat. En les properes dues seccions veurem que dues d'aquestes hipòtesis són essencials per al resultat. Una, que relatem en la secció 3, és la hipòtesi que els agents econòmics només tenen una restricció pressupostària (o, en altres termes, que és possible transferir i cancel·lar crèdits i debits d'uns mercats als altres). L'altre, que relatem en la secció 4, és la hipòtesi que el nombre d'agents i de mercaderies és finit.

3. Mercats incomplets

Per a ésser concret descriuré un exemple de simplicitat extrema; tant que semblarà trivial. Però no ens hem d'enganyar. L'exemple és trivial però el fenomen que il·lustra és molt general.

Ens mourem en un món on el futur és incert i el comerç seqüencial. Hi ha dos períodes $t = 0$, $t = 1$. En el període 0 l'estat del món a $t = 1$ no és conegut amb seguretat. La incertesa es resol completament entre el període 0 i el període 1 quan un senyal $s \in S$ és anunciat públicament. Aquí S és el conjunt de tots els senyals possibles i s el resultat concret del mecanisme aleatori de la natura. Aquest és suficientment ben entès per tots els consumidors i altres agents de l'economia de manera que tots ells coneixen amb exactitud la probabilitat objectiva de cada senyal. Per exemple, els senyals o estats poden ser la cara i creu d'una mo-

neda, cada una amb probabilitat $\frac{1}{2}$. En el període 0 no hi ha consum. Aquest només té lloc després que es conegui s .

L'aplicació dels principis de l'economia walrassiana (que ha estat estesa a les situacions d'incertesa per Arrow i Debreu), i molt particularment de la idea que cada consumidor tingui només una restricció pressupostària, demana que, encara que el consum només tingui lloc després que s es conegui, es pugui, en canvi, contractar en el període 0 sobre entregues condicionals de mercaderies al període 1. En altres paraules, en el període 0 hi haurà un mercat i un preu per a totes les mercaderies del tipus «una unitat d'aquesta mercaderia és una promesa d'entregar una unitat de pa (o llet, o serveis mèdics, o ...) si l'estat de natura és cara (o creu)». D'aquestes se'n diuen mercaderies contingents i els seus mercats no són altra cosa que mercats d'assegurances.

L'existència en el període 0 de mercats per a mercaderies contingents té dues conseqüències. La primera és que en el període 0 el consumidor resol un problema de maximització subjete a només una restricció pressupostària (de fet, això és completament general). La segona és que no hi ha cap incentiu a reobrir els mercats en el període 1 després de conèixer-se s . Les decisions òptimes ja foren preses a $t = 0$ de forma condicional. La conclusió neta d'aquesta discussió és que el problema de decisió seqüencial del consumidor queda reduït a un problema de maximització amb una sola restricció pressupostària. Per tant, formalment aquest és un model walrassià clàssic com el que s'ha presentat a la secció 2. D'aquesta observació se segueix la conclusió que el model és (genèricament) localment determinat.

Quan en el període $t = 0$ hi ha mercats condicionals per a totes les mercaderies (de fet n'hi ha prou que n'hi hagi un per senyal, però aquest és un refinament en què ara no vull entrar) diem que l'estructura de mercats és completa. Si no és així, és a dir, si falten alguns dels instruments d'assegurança concebibles, diem que l'estructura de mercats és incompleta. Acabem de veure com formalment una estructura de mercat completa dóna lloc a un model walrassià clàssic com el de la secció 2. No és així si l'estructura és incompleta perquè llavors hi haurà incentius a reobrir els mercats en el període 1 després que es conegui s i la seqüencialitat serà doncs efectiva. Hi haurà comerç condicional (és a dir, a futurs) a $t = 0$ i de nou comerç corrent (en anglés, *spot markets*) a $t = 1$. Per tant, cada consumidor, a $t = 0$, haurà d'anticipar els preus futurs i, a fi de determinar el pla de consum seqüencial òptim, haurà de resoldre un problema de maximització subjete a més d'una restricció pressupostària (la de $t = 0$ i la de $t = 1$).²

No podem, per tant, derivar les propietats de determinació del model amb mercats incomplets de l'anàlisi de la secció 2. ¿Podem afirmar que el model és (genèricament) localment determinat? La resposta precisa és una mica tècnica (depèn de la cardinalitat de S) però, en essència, el que tenim és una resposta negativa. Considerem el cas més net i extrem: el comerç condicional no és en absolut possible en el temps 0. No ens preguntarem per què (mentre la situació, en termes menys extrems, sembla descriptivament útil, costa trobar una justificació teòrica). Llavors òbviament a cada senyal s li correspon una economia separada. Sigui P_s el conjunt de sistemes de preus d'equilibri que a $t = 1$ correspon a l'economia corrent associada a l'Estat s . ¿Quins són els equilibris d'aquesta economia vista des de $t = 0$? No són altra cosa que les llistes de sistemes de preus $\{p_s : s \in S\}$, un per cada senyal, amb la propietat que per cada s , tinguem $p_s \in P_s$, és a dir, que per cada s els mercats corrents siguin en equilibri. ¿Quantes n'hi ha d'aquestes llistes de preus? Considerem el cas molt simple on

2. Vegeu R. Radner (1972) o D. Kreps (1987).

P_s és independent de s , n és el nombre d'elements a P_s i m és el nombre d'elements a S . Llavors, el nombre de llistes de llargada m , cada entrada de les quals és treta del conjunt P_s , és n^m . Si $n = 1$ (l'equilibri del mercat corrent és únic) llavors $n^m = 1$. Si $n > 1$ llavors n^m és molt gran (creix exponencialment amb m). En el límit, si el nombre de senyals és infinit també ho serà el nombre d'equilibris. Val la pena d'assenyalar també que aquestes conclusions no depenen de coincidències que, intuïtivament parlant, tinguin probabilitat zero. Veiem doncs com el tema central d'aquest article ens apareix amb tota claredat: si les dades de base de l'economia (preferències i tecnologia) pertanyen a la classe que en el model walrassià sense incertesa porten a fer que hi hagi més d'un equilibri, llavors en un context d'incertesa no assegurable portaran cap a un continu d'equilibris.

L'exemple descrit en el darrer paràgraf és tan simple que sembla una caricatura. El podríem enriquir sense dificultat. Podríem incorporar més d'un període, possibilitats parcials d'assegurança, decisions a $t = 0$ que influeixen sobre la disponibilitat de recursos al temps 1, etcètera. El missatge fonamental, però, es mantindria: si les dades bàsiques no pertanyen a les classes que generen unicitat en el model walrassià clàssic llavors aquestes poden portar amb facilitat cap al continu d'equilibris si els mercats són incomplets.

Acabarem aquesta secció passant revista a un model encara més particular. Suposem que la incertesa de la natura és completament irrellevant, en el sentit que els senyals no afecten en absolut l'estructura de costos i preferències dels agents de l'economia (són el que en anglès s'ha vingut a dir *sunspots*, o tacas solars).³ Llavors si els mercats contingents existeixen a $t = 0$, i si els agents econòmics tenen aversió al risc, la incertesa també serà irrellevant a l'equilibri: els consums de cada consumidor seran els mateixos en els diferents estats. Per què? Doncs perquè els agents econòmics s'asseguraran completament contra la incertesa. En l'equilibri hi haurà incertesa només si l'assegurança completa és físicament impossible, és a dir, si les tecnologies o dotacions inicials totals de factors són incerts. Evidentment, aquest no és el cas si la incertesa és irrellevant. Pel contrari si els mercats contingents a $t = 0$ no són possibles ens podem trobar amb la gran multiplicitat d'equilibris que hem discutit en aquesta secció (l'exemple que hem presentat on P_s era independent de s s'ajusta com anell al dit al cas d'incertesa irrellevant). És clar que típicament el sistema de preus d'aquests equilibris dependran de s (no hi ha cap raó perquè la selecció d'equilibris hagi de ser constant), és a dir encara que la incertesa és irrellevant a l'hora de descriure les dades primitives de l'economia no ho és en l'equilibri. Això és ben obvi i no cal allargar-s'hi. Voldríem però remarcar, si és que encara no està prou clar, que la gran multiplicitat d'equilibris no és un fenomen en la seva essència relacionat amb la rellevància o irrellevància de la incertesa. L'essencial és que els mercats siguin incomplets.

4. El model de generacions successives

Sembla ser que el «model de generacions successives» fou presentat per primera vegada per Allais (1974). De tota manera la seva popularitat es deu a la seva redescoberta per Samuelson (1958). En els darrers quinze anys ha esdevingut una eina de treball fonamental de la macroeconomia, en general, i de la teoria monetària, en particular.⁴ En aquest article, i d'acord amb l'objectiu que ens interessa, em limitaré a estudiar-ne un aspecte: la possible mul-

3. Vegeu, per exemple, D. Cass i K. Shell (1983).

4. Vegeu, per exemple, J. Geanakoplos (1987) i M. Woodford (1984).

tiplicitat d'equilibris. Més en concret recolliré el fet ben conegut (i potser assenyalat per primera vegada per D. Gale (1973) que el model pot generar un continu d'equilibris.

En el model considerem una economia que es desenvolupa en el temps des del període $t = 1$ fins a $t = \infty$. No és difícil estendre el model walrassià clàssic en la direcció d'admetre un horitzó infinit tot i conservant la propietat de determinació local. Així serà mentre el nombre de classes permissibles d'agents econòmics (de consumidors per ser concrets) sigui finit. La diferència essencial entre el model clàssic i el de generacions successives no és l'horitzó infinit sinó el fet que en aquest darrer model no hi ha un nombre finit sino irreduïblement infinit de classes permissibles. D'aquestes en diem generacions i suposem que cada generació viu un nombre finit de períodes i en cada període neix una nova generació.

Prenguem com és costum la situació més simple possible. A cada període t hi ha només un bé compost de consum (diguem-li pa). Les generacions viuen dos períodes i excepte en la data de naixement totes les generacions són idèntiques. Cada generació arriba al món amb una unitat de bé de consum (és a dir, una barra de pa). En el segon període de vida en canvi no tenen cap dotació inicial de bé de consum. Fins aquí aquest model no és gaire interessant. Cada generació voldria rebre de la generació següent un tros de pa per mantenir-se en el segon període de la seva vida però no posseeix res per donar a canvi a la generació següent. No hi ha doncs cap base per a l'intercanvi i l'únic equilibri possible és que cada generació consumeixi la seva barra de pa quan és jove i, ai las!, les passi magres de vell.⁵

La situació canvia dràsticament si introduïm un actiu.

Un actiu no és altra cosa que un bé durable qualsevol. Podria ser una pedra, o un tros de paper (que em podríem dir moneda), o el títol de propietat d'una empresa... Per ser concrets diguem que és un tros de paper (per evitar malentesos podem suposar que si el tros de paper es menja produeix una satisfacció baixa però no nul·la, l'actiu és doncs real i no purament nominal) i que aquest és posseït en el període $t = 1$ per una generació zero que només viu en aquest període.

Ara ja tenim les bases d'un intercanvi. En el període $t = 1$ la generació jove (la primera) tindrà un incentiu a comprar (pagant amb pa) l'actiu a la generació zero. Per què? Doncs perquè així quan siguin vells (és a dir, en el segon període) tindran alguna cosa per oferir als joves de la segona generació: l'actiu. En el seu torn aquests tindran incentius a comprar-ho per exactament la mateixa raó. I així successivament. Encara que el valor fonamental de l'actiu fos zero és ben possible que es cotitzi a un preu positiu. El que sosté en cada moment un preu positiu de l'actiu és simplement l'expectativa de vendre'l a un preu també positiu. I és aquesta cadena d'expectatives que s'autorealitzen el que manté una trajectòria de consum per cada generació que és molt més satisfactòria que l'única possible sense actiu. Veiem també perquè és essencial que el temps no tingui fi. És l'existència d'un demà que sosté el preu positiu d'avui.

És hora d'ésser una mica més precís. Diguem que el preu del pa (en pessetes) al període t és p_t (aquests preus cal interpretar-los com a preus descomptats al període 1). Suposem de moment que cada generació pot transferir pessetes entre els seus dos períodes. Llavors l'única restricció pressupostària de la generació t és $p_t c_t^t + p_{t+1} c_{t+1}^{t+1} \leq p_t$. Designem amb c_t^t i c_{t+1}^{t+1} els consums òptims (òbviament aquests són funció de la seqüència p_t) de la generació t . Clarament aquest és un model walrassià on la sola característica no clàssica és que hi ha un nombre infinit de generacions. Direm per tant que la seqüència de preus p_t , $t = 1, \dots$, és un equilibri si en tots els períodes l'oferta i la demanda són iguals, és a dir, si

5. Pel model de generacions successives vegeu també el capítol de Joan Esteban en aquest llibre.

$\bar{c}'_{t+1} + \bar{c}'_t = 1$ per a tot t . No hem fet encara referència a l'actiu. Evidentment, aquest és l'instrument per transferir diners d'un període al següent i la seva existència justifica la hipòtesi de transferibilitat. En l'equilibri el seu preu ens ve donat implícitament. En el període t la generació t gasta $p_t \bar{c}'_t$ en pa. La diferència $p_t - p_t \bar{c}'_t$ és per tant l'estalvi que s'inverteix en comprar l'actiu. El preu de l'actiu en el període t és doncs $p_t - p_t \bar{c}'_t$. Podem també computar el tipus de rendiment (o tipus d'interès) r_t de l'actiu al període t per la identitat $\frac{1}{p_{t+1}} = (1 + r_t) \frac{1}{p_t}$. Efectivament, $\frac{p_t}{p_{t-1}}$ és la quantitat de pa obtenible demà si se sacrifica una unitat de pa avui (i si s'inverteix en l'actiu).

Considerem la seqüència de preus $p_1 = \dots = p_t = \dots = 1$. El preu és igual a 1 en tots els períodes (és a dir, $r_t = 0$ per a tot t). És això un equilibri? Com $\bar{c}'_t + \bar{c}'_{t+1} = 1$ per la restricció pressupostària de cada generació i $\bar{c}'_t = \bar{c}'_{t+1} = \dots$ (= c , diguem) perquè tots els problemes d'optimització són idèntics tindrem que $\bar{c}'_{t+1} + \bar{c}'_t = \bar{c}'_{t+1} + \bar{c}'_t = 1$ per a tot t . Per tant, el sistema de preus $p_t = 1$, per a tot t , és un equilibri. És l'equilibri estacionari.

Intentem ara de crear un nou equilibri a base de modificar l'estacionari. Deixem $p_1 = 1$ i alterem tots els altres preus a $1 + \varepsilon$. Els preus relatius de la primera generació han canviat, i per tant c'_1 , i la transferència de pa a la generació zero, canviaran. A més a més, en el segon període ja no tindrem equilibri. En efecte, la primera generació disminuirà la demanda de pa (el preu ha pujat i no hi ha efecte riquesa) mentre que per a la segona generació els preus relatius no s'han alterat i per tant la seva demanda no varia.

Anomenem s_2 la magnitud de l'excés d'oferta creada. ¿Com podem eliminar s_2 ? Una idea és fer augmentar la demanda de pa en el període 2 per part de la segona generació a base d'augmentar, en la magnitud que faci falta, el preu del pa en tots els períodes $t > 2$ (així no s'altera la demanda de la primera generació en el període 2). Evidentment amb això no fem sinó transferir el desequilibri del període 2 cap al mercat del període 3. Sigui s_3 la mesura corresponent d'aquest desequilibri (un excés d'oferta). Procedint successivament d'aquesta manera podem concloure que si la magnitud s_t va minvant a través del temps llavors podrem continuar indefinidament i per tant haurem aconseguit definir una nova seqüència de preus d'equilibri on, dintre de certs límits, p_1 és arbitrari. Dit d'una altra manera, el model és indeterminat. Evidentment, el que està passant és que per cada període fem servir el preu de demà per equilibrar el mercat d'avui.

¿Quan tindrà èxit aquest procediment, és a dir, quan s'aminorarà la seqüència s_t ? Intuitivament, la resposta és ben clara. El que es necessita és que al voltant del sistema de preus $p_t = p_{t+1} = 1$ quan alterem el preu relatiu la magnitud de l'efecte sobre el consum corrent sigui més gran que sobre el consum futur. Si és així l'absorció d'un equilibri avui s'aconseguirà creant un desequilibri menor demà i per tant podrem continuar indefinidament. Ja que $p_t = p_{t+1} = 1$, els efectes substitució no ens donaran que l'efecte corrent sigui més gran que el futur, ans al contrari. Una condició necessària per a l'efecte buscat serà doncs que el consum corrent i futur siguin força complementaris. Una altra, evidentment, és que els efectes riquesa vagin en la direcció desitjada, és a dir, que els consumidors tinguin una preferència (marginal) superior pel consum corrent que pel futur. Com que les dotacions inicials ho són només de consum corrent (és a dir, en el primer període de vida) comprovem altra vegada que les condicions que porten a la indeterminació en aquest model no clàssic són les mateixes que en el model clàssic de la secció 2 portaven a la multiplicitat d'equilibris. A la figura 6 (que s'assembla molt a la figura 3) donem un exemple del tipus de preferències que generen indeterminació. Si l'angle indicat a la figura és més petit que 45° llavors els efectes corrents són més grans que els futurs i hi haurà indeterminació. A la figura 7 veiem com es generen

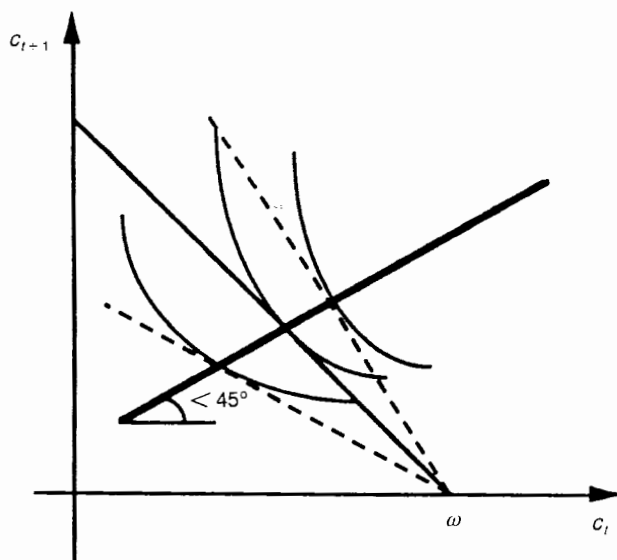


FIGURA 6

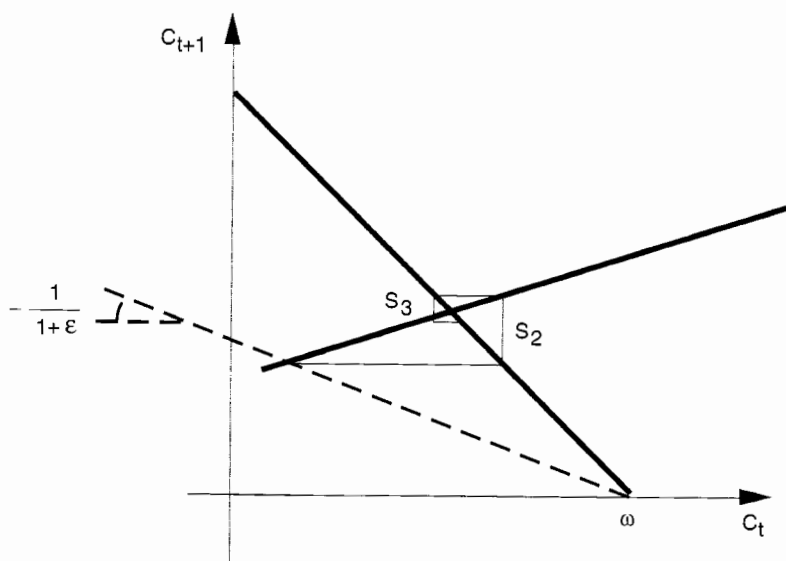


FIGURA. 7

d'altres equilibris en un veïnatge de l'estacionari. És interessant observar a la figura com la indeterminació va lligada a la relativa inelasticitat de la demanda real d'estalvi respecte al tipus d'interès reflectit en els preus relatius del consum present i futur.

Per acabar em limitaré a remarcar que en l'exemple que hem construït no hi ha res improbable ni es deu, això és ben evident, a cap coincidència especial dels valors dels paràmetres exògens.

5. Observacions finals

No és la intenció d'aquest article arribar a cap conclusió definitiva. Entre d'altres raons perquè seria prematur. La recerca sobre aquest tema no és encara prou avançada.

De tota manera sí que tenim suficients elements per a afirmar que pel que fa a la qüestió del determinisme la pedra ferma de l'edifici walrassià s'està esquarterant. Això és ben notable perquè la teoria de la competència perfecta ha estat tradicionalment l'exemple de teoria determinista per excel·lència i ha estat contrastada (almenys del d'Edgeworth, 1881) amb la indeterminació que tan freqüentment apareix en els models d'anàlisi dominats per consideracions de competència estratègica (típicament entre un nombre petit d'actors). És, per exemple, ben sabut que en el marc de la teoria dels jocs és corrent trobar fenòmens similars als il·lustrats a les seccions 3 i 4 (vegeu, per exemple, Shubik, 1983). De fet la presumpció bàsica de la teoria dels jocs és l'indeterminisme més que el determinisme. Precisament des de la perspectiva d'aquesta teoria el model de competència perfecta ha estat tradicionalment contemplat com un notable cas límit que, en contrast a la teoria general, és alhora extremadament econòmic i determinat. El missatge dels desenvolupaments recollits en aquest article és que la indeterminació és més propera en el cor mateix del model de competència perfecta del que potser ens pensàvem i que, per tant, el model clàssic és encara més singular del que suposàvem. Tot plegat dona una empenta més en la direcció que ens allunya d'una visió determinista del territori propi de les ciències socials.

De tota manera no podem fer afirmacions de gran rotunditat. Hi ha almenys tres qualificacions que limiten la força dels exemples de les seccions 3 i 4:

- i) Mentre que la indeterminació apareix per combinacions no patològiques de paràmetres no és tampoc el cas que es doni per a tots els valors de les variables exògenes. La determinació global és possible. Mentre que les condicions teòriques que la garanteixen són restrictives aquesta és, al cap i a la fi, una qüestió empírica.
- ii) La plausibilitat que els mercats no siguin complets o que el model de generacions successives sigui realment prou significatiu també han estat discutides. No hi ha una bona teoria darrera de la fallida de mercat representada per la falta de possibilitat d'assegurança respecte a senyals públicament observables. De fet la teoria moderna de les finances (un dels èxits espectaculars de l'enfocament teòric en economia) està efectivament basada en la teoria de mercats complets. Pel que fa a les generacions successives no es tracta evidentment de qüestionar que el nombre de generacions sigui infinit sinó de remarcar que una hipòtesi clau del model és que les generacions no tenen sentiments altruistes envers les que les succeeixen. Això és més dubtós. Si permeten la presència de l'altruisme

llavors formalment és possible que l'economia es comporti com si només hi hagués un nombre finit de generacions.

- iii) En aquest article indeterminació s'ha identificat amb la absència de determinació local i la presència d'un continu d'equilibris. Per a una anàlisi definitiva aquest concepte d'indeterminisme és massa cru. Hi ha una gran diferència entre un continu de dimensió i un continu de la màxima dimensió possible o entre un continu de radi petit i un continu de radi gran. Els primers són molt més predictius que els segons.

Voldria acabar amb una observació una mica diferent. És freqüent llegir o sentir que exemples d'indeterminació com els que hem discutit en aquest article es deuen a la hipòtesi d'expectatives racionals (és a dir, a la noció que els valors emprats de les variables endògenes són els d'equilibri). La idea és que la hipòtesi crearia equilibris pel sol fet que alguns valors de les variables poden realitzar-se per cap més raó que els agents econòmics creuen que es realitzaran. Són preferències que s'autocompleixen. Aquesta és una possibilitat ben efectiva però jo no acabo de veure per què està essencialment relacionada amb el fenomen de la indeterminació. Més aviat sembla un aspecte essencial de la noció d'equilibri (que, per exemple, és determinat en el context clàssic). Tot equilibri exhibeix la simultaneïtat típica de les profecies que s'autocompleixen. Els valors d'equilibri són d'equilibri perquè són esperats pels agents econòmics i són esperats pels agents econòmics perquè són d'equilibri.⁶

Referències

- Allais, M. (1947): *Economie et Interêt*, París, Imprimerie Nationale.
- Arrow, K. i F. Hahn (1971): *General Competitive Analysis*, San Francisco, Holden-Day.
- Cass, D. i K. Shell (1983): «Do sunspots matter?», *Journal of Political Economy*, 91, pp. 193-227.
- Debreu, G. (1959): *Theory of Value*, Wiley. Hi ha versió castellana: *Teoría del Valor*, Antoni Bosch, editor, Barcelona, 1974.
- (1970): «Economies with a finite set of equilibria», *Econometrica*, 38, pp. 387-392.
- Edgeworth, F. J. (1881): *Mathematical Psychics*, Londres, Kegan.
- Gale, D. (1973): «Pure exchange equilibrium of dynamic economic models», *Journal of Economic Theory*.
- Geanakoplos, J. (1987): «Overlapping generations model of general equilibrium», entrada a *The New Palgrave*, editat per J. Eatwell, M. Milgate i P. Newman, Londres, MacMillan.
- Harsanyi, J. i R. Selten (1988): *A General Theory of Equilibrium Selections in Games*, Cambridge, MIT Press.
- Kreps, D. (1987): «Three essays on capital markets», *Revista española de Economía*, 4.1. Vegeu també en el mateix número de la revista: R. Marimon, «Kreps's three essays on capital markets almost ten years later».
- Marshall, A. (1930): *The Pure Theory of Foreign Trade*, Londres, London School of Economics.
- Mas-Colell, A. (1985): *The Theory of General Economic Equilibrium, a differentiable approach*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Milnor, J. (1965): *Topology from the Differentiable Viewpoint*, Charlottesville, University Press of Virginia.
- Radner, R. (1972): «Existence of equilibrium of plans, prices and price expectations in a sequence of markets», *Econometrica*, 46, pp. 1.155-1.164.

6. Un aspecte que aquí és rellevant, però que jo no he tocat, és el de l'aprenentatge. Vegeu el capítol de A. Marcet en aquest llibre per a aquest tema.

- Samuelson, P. (1958): «An exact consumption loan model of interest, with or without the social contrivance of money», *Journal of Political Economy*, 66, pp. 467-482.
- Shulik, M. (1983): *Game Theory and the Social Sciences*, Cambridge, The MIT Press.
- Walras, L. (1874): *Éléments d'économie politique pure*, Lausanne, Corbaz.
- Weinberg, S. (1987): «Towards the final laws of physics», a R. Feynman i S. Weinberg, *Elementary Particles and the Laws of Physics*, Cambridge, Cambridge University Press.
- Woodford, M. (1984): «Indeterminacy of equilibrium in the overlapping Generations Model: A survey», manuscrit no publicat, University of Chicago.